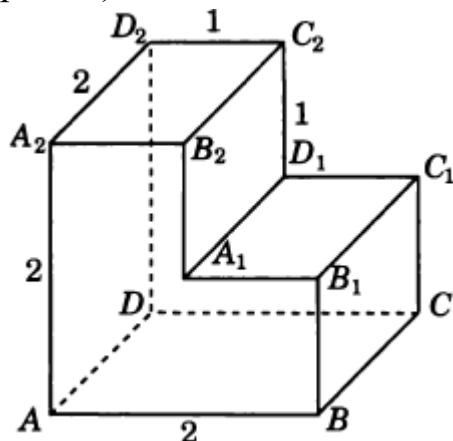


	11 класс входной Вариант 2.
1	Найдите наименьшее целое положительное x, являющееся решением неравенства: $\sqrt{x^2 - 7x} > \sqrt{8}$
2	Решите уравнение: $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} - 6 = 0$
3	Вкладчик взял из сбербанка 40% своих денег, потом $\frac{5}{6}$ оставшихся и еще 150 руб. после этого у него осталось на сберкнижке 5% всех его денег. Как был велик вклад?
4	Решите неравенство: $(8 - x)(x + 4) \log_3(x - 1) \leq 0$
5	Решите уравнение: $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = 0,5$
6	Из колоды в 52 карты 5 раз извлекают карту (каждый раз вытащенную карту возвращают в колоду). Найти вероятность того, что бубновую карту вытаскивали ровно 3 раза.
7	Изобразите сечение многогранника, изображенного на рисунке, проходящее через вершины A, A_1 и D_2. Найдите его площадь. (Все двугранные углы многогранника прямые)
8	Для каждого значения a решите неравенство $\frac{x^2 + x - ax - a}{(x + a)(a - 1)} > 0$.

	11 класс входной Вариант 2 (решения).
1	Найдите наименьшее целое положительное x, являющееся решением неравенства: $\sqrt{x^2 - 7x} > \sqrt{8}$ Решение. $\begin{cases} x^2 - 7x \geq 0 \\ x^2 - 7x - 8 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x(x - 7) \geq 0 \\ (x - 8)(x + 1) > 0 \end{cases} \Rightarrow x=9$
2	Решите уравнение: $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} - 6 = 0$ Решение. $t^2 - t - 6 = 0; \quad t_1 = 3 \text{ и } t_2 = -2;$ $x = 27 \text{ и } x = -8$
3	Вкладчик взял из сбербанка 40% своих денег, потом 5/6 оставшихся и еще 150 руб. после этого у него осталось на сберкнижке 5% всех его денег. Как был велик вклад? Решение. $a - 0,4a - 5/6 \cdot 0,6a - 150 = 0,05a$ $0,05a = 150 \Rightarrow a = 3000$
4	Решите неравенство: $(8 - x)(x + 4) \log_3(x - 1) \leq 0$ <u>Решение:</u> $\begin{cases} (x - 8)(x + 4)(x - 2) \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow 1 < x \leq 2 \text{ и } x \geq 8$
5	Решите уравнение: $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = 0,5$ Решение. $-\cos 2x + \cos 4x - \cos 6x = 0$ $-2\cos 4x \cos 2x + \cos 4x = 0$ $\cos 4x(-2\cos 2x + 1) = 0$ $\cos 4x = 0 \text{ и } \cos 2x = \frac{1}{2}$ $x = \pm \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\pi k \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$
6	Из колоды в 52 карты 5 раз извлекают карту (каждый раз вытащенную карту возвращают в колоду). Найти вероятность того, что бубновую карту вытаскивали ровно 3 раза. Решение.

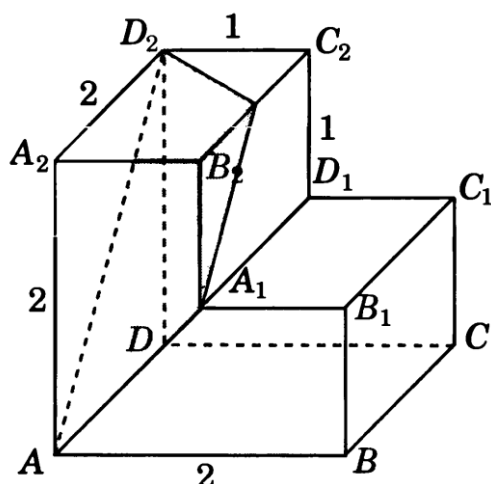
$$P(A) = C_5^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5!}{2!3!} \frac{1}{64} \frac{9}{16} \approx 0,088$$

Изобразите сечение многогранника, изображенного на рисунке, проходящее через вершины A , A_1 и D_2 . Найдите его площадь. (Все двугранные углы многогранника прямые)



Решение: Для построения сечения заметим, что т.к. отрезок AD_2 принадлежит сечению, то в силу параллельности плоскостей, AA_2D_2 и $A_1B_2C_2$, сечению принадлежит отрезок, содержащий A_1 и параллельный отрезку AD_2 (второй конец отрезка делит ребро B_2C_2 пополам). Соединим известные точки. Сечение построено.

7



Вычислим площадь как площадь трапеции (обоснование того, что это трапеция, элементарно, но не помешает). Большее основание $AD_2 = 2\sqrt{2}$, меньшее равно $\sqrt{2}$ и равно боковым сторонам. Тогда высота трапеции равна $h = \sqrt{2 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$. Итого,

$$S = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Ответ: картинка + $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

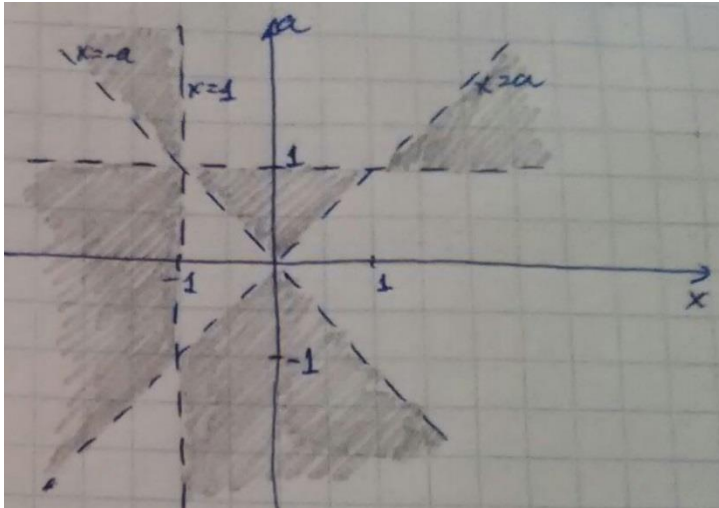
8

Для каждого значения a решите неравенство $\frac{x^2 + x - ax - a}{(x + a)(a - 1)} > 0$.

Решение: Решение может быть получено как графически, так и аналитически (метод интервалов + разбор случаев). Мы решим графически.

$$\frac{x^2 + x - ax - a}{(x + a)(a - 1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x + 1)(x - a)}{(x + a)(a - 1)} > 0.$$

Построим в плоскости aOx обнуляющие множества для каждой скобки $x = -a, x = -1, x = a, a = 1$. Расставим знаки по методу областей (границы не включены).



Рассматривая горизонтальные прямые $a = \text{const}$, выпишем ответ:

Если $a < -1$, то $x \in (-\infty; a) \cup (-1; -a)$;

Если $a = -1$, то $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1)$;

Если $a \in (-1; 0)$, то $x \in (-\infty; -1) \cup (a; -a)$;

Если $a = 0$, то $x \in (-\infty; -1)$;

Если $a \in (0; 1)$, то $x \in (-\infty; -1) \cup (-a; a)$;

Если $a = 1$, то решений нет;

Если $a > 1$, то $x \in (-a; -1) \cup (a; \infty)$.