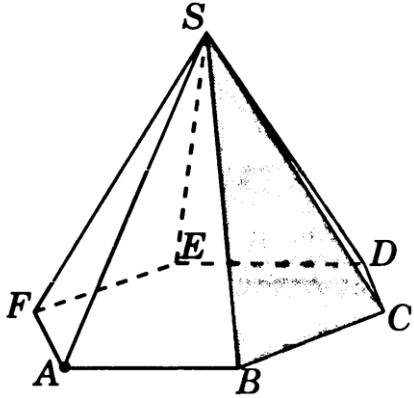
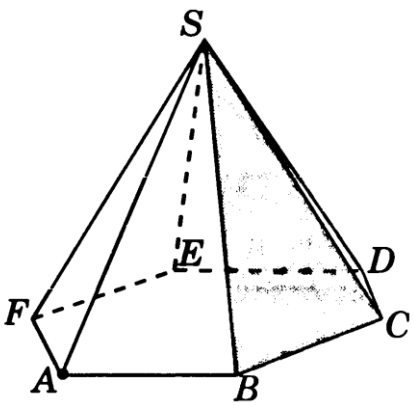
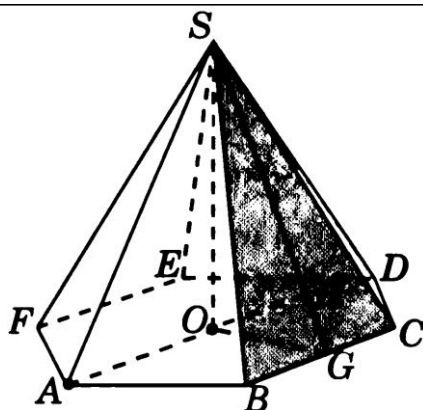


11 класс
выходной
Вариант 1.

1	Найдите наименьшее целое положительное x из области определения функции: $y = \log_4 \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 + 7} + x - 4$
2	Решите уравнение: $\sqrt{x+1} + 3\sqrt{x+2} = 4\sqrt{(x+1)(x+2)}$
3	Цену товара повысили на 10%, затем новую цену повысили еще на 20%, и, наконец, после пересчета, произвели снижение на 15%. На сколько процентов всего изменилась первоначальная цена товара?
4	Решите уравнение: $\cos 3x - 2\cos^2 2x = -5\cos 2x - \cos x$
5	Решите неравенство: $\frac{(x - x^2) \cdot \sqrt{2 - x}}{(2x - 4x^2 - 1) \cdot \lg^2(2x + 1)} \geq 0$
6	Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причём в каждой партии одно изделие - бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую. После этого наудачу выбирается одно изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.
7	В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра 2, найдите расстояние от точки A до плоскости SBC . 
8	Найдите все значения параметра a , при которых в множестве решений неравенства $16a + a^2 < \frac{8a^2}{x} - x(x - 2a - 8)$ нельзя расположить два отрезка длиной 3 и длиной 4, которые не имеют общих точек.

11 класс выходной Вариант 1 (решения).	
1	Найдите наименьшее целое положительное x из области определения функции: $y = \log_4 \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 + 7} + x - 4$ Решение. $\left\{ \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 + 7} > 0; (x+7)(x+1) > 0; \right.$ $x = 1$
2	Решите уравнение: $\sqrt{x+1} + 3\sqrt{x+2} = 4\sqrt{(x+1)(x+2)}$ Решение. $x \geq -1$ $\begin{cases} \sqrt[4]{x+1} = a \\ \sqrt[4]{x+2} = b \end{cases} \Rightarrow a^2 + 3b^2 = 4ab;$ $a^2 - 4ab + 3b^2 = 0; \begin{cases} a = 3b \\ a = b \end{cases};$ $\begin{cases} \sqrt[4]{x+1} = 3\sqrt[4]{x+2} \\ \sqrt[4]{x+1} = \sqrt[4]{x+2} \end{cases}; x = -\frac{161}{80} \Rightarrow \text{решений нет}$
3	Цену товара повысили на 10%, затем новую цену повысили еще на 20%, и, наконец, после пересчета, произвели снижение на 15%. На сколько процентов всего изменилась первоначальная цена товара? Решение. $1,1 \cdot 1,2 \cdot 0,85 \cdot a = 1,122a$ повысилась на 12,2%
4	Решите уравнение: $\cos 3x - 2\cos^2 2x = -5\cos 2x - \cos x$ Решение. $2\cos 2x \cos x - \cos 2x(2\cos 2x + 5) = 0;$ $\cos 2x(2\cos x - 2\cos 2x - 5) = 0;$ $\cos 2x = 0 \text{ и } 2\cos x - 2\cos 2x - 5 = 0;$ $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k \text{ и } 4\cos^2 x - 2\cos x + 3 = 0$ Отв. $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k$
5	Решите неравенство: $\frac{(x - x^2) \cdot \sqrt{2 - x}}{(2x - 4x^2 - 1) \cdot \lg^2(2x + 1)} \geq 0$ Решение: т.к. $\sqrt{2 - x} \geq 0$, $2x - 4x^2 - 1 < 0$ и $\lg^2(2x + 1) \geq 0$, то

	$\begin{cases} x \leq 2 \\ \lg^2(2x+1) \neq 0 \\ x > -1/2 \\ x(x-1) \geq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x \leq 2 \\ \lg^2(2x+1) \neq 0 \\ x > -1/2 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ и } 1 \leq x \leq 2$
6	Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причём в каждой партии одно изделие - бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую. После этого наудачу выбирается одно изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии. Решение. Введем обозначение: обозначим через A - событие, состоящее в том, что взяли бракованное изделие. Обозначим через гипотезы H_1 - из первой партии было выбрано исправное изделие. H_2 - из первой партии было выбрано бракованное изделие. $P(H_1) = m/n = 11/12$ $P(H_2) = m/n = 1/12$ $P(A/H_1) = m/n = 1/11$ $P(A/H_2) = m/n = 2/11$ Найдем вероятность того, что из второй партии взяли бракованное изделие: Для этого применим формулу полной вероятности $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i)$, получаем $P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) =$ $= 11/12 * 1/11 + 1/12 * 2/11 \approx 0.098$ Ответ: вероятность того, что из второй партии взяли бракованное изделие равна $P(A) = 0.098$
7	В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра 2, найдите расстояние от точки A до плоскости SBC.  Решение: Пусть O – центр основания пирамиды. Прямая AO параллельна прямой BC и, значит, параллельна плоскости SBC. Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию от точки O до плоскости SBC.



Пусть G – середина отрезка BC . Тогда прямая OG перпендикулярна BC и искомым перпендикуляром, опущенным из точки O на плоскость SBC , является высота OH прямоугольного треугольника SOG . В этом треугольнике

$OG = \frac{\sqrt{3}}{2}, SG = \frac{\sqrt{15}}{2}, SO = \sqrt{3}$. Площадь этого треугольника может быть найдена

двумя способами: $2S = OG \cdot SO = SG \cdot OH$. Откуда $OH = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Найдите все значения параметра a , при которых в множестве решений неравенства $16a + a^2 < \frac{8a^2}{x} - x(x - 2a - 8)$ нельзя расположить два отрезка длиной 3 и длиной 4, которые не имеют общих точек.

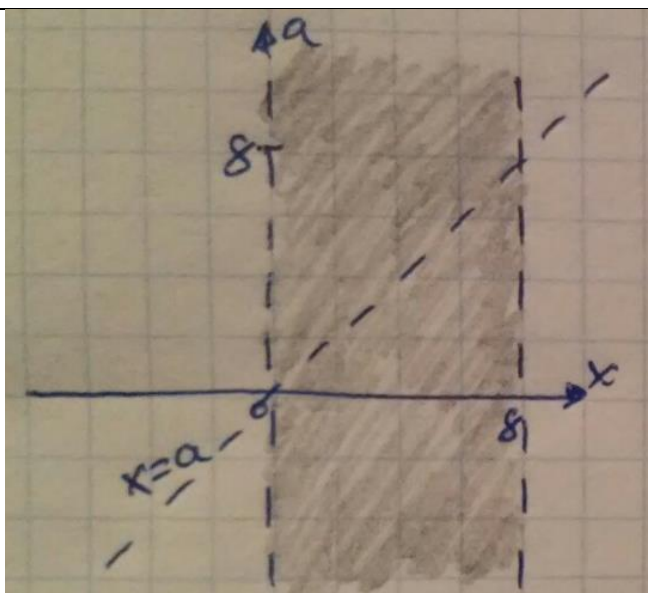
Решение: Выполним равносильные преобразования

$$16a + a^2 < \frac{8a^2}{x} - x(x - 2a - 8) \Leftrightarrow (x^2 - 2ax + a^2) - \left(8x - 16a + \frac{8a^2}{x}\right) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - a)^2 - \frac{8}{x}(x - a)^2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}(x - a)^2(x - 8) < 0.$$

Далее решение может быть получено как графически, так и аналитически (метод интервалов + разбор случаев). Мы решим графически.

Построим в плоскости xOa обнуляющие множества $x = 0, x = a, x = 8$. Методом областей расставим знаки (границы не включены).



По картинке видим, что, если $a \in (-\infty; 0] \cup [8; \infty)$, то множество решений является интервалом $(0; 8)$, в котором такие отрезки расположить можно. Если $a \in (0; 8)$, то множество решений $x \in (0; a) \cup (a; 8)$. Если $a \in (0; 1)$ или $a \in (7; 8)$, то отрезки вмятятся по одну сторону от прямой $x=a$, если $a \in (3; 4)$ или $a \in (4; 5)$, то отрезки вмятятся по разные стороны от прямой $x=a$. В остальных случаях указанные отрезки разместить в множестве решений нельзя.

Ответ: при $a \in [1; 3] \cup \{4\} \cup [5; 7]$.